

Descrierea soluției – comun

Stud. **Lucian Bicsi**
Universitatea din București

Soluție 15p

Există o multitudine de soluții care se încadrează în aceste limite. În continuare va fi prezentată una dintre posibilele soluții.

O primă observație este că cel mai mare număr se regăsește mereu în șir, deoarece nu se poate obține aplicând c.m.m.d.c. asupra altor numere. Mai mult, dacă un număr din w este cel mai mare divizor comun al altor numere din w , nu are sens să îl includem în soluție, deoarece orice număr pe care l-ar putea genera x îl putem genera, în schimb, cu numerele care îl generează.

Din aceste considerente, se poate deduce că **soluția de lungime minimă este unică**. Un algoritm pentru a o calcula este următorul: dacă există un număr x care este c.m.m.d.c. al altor numere încă neeliminate, îl eliminăm. Algoritmul se va opri atunci când nu se mai pot elimina numere.

O implementare naivă a acestui algoritm are complexitate $O(2^N \cdot N)$ și ar trebui să obțină minimum 15 puncte. În continuare vom optimiza algoritmul pentru a rula mai rapid.

Soluție 50p

Observația cheie este că, în cadrul raționamentului de mai sus, este suficient să considerăm doar perechi de câte două numere. Un algoritm este următorul: pentru fiecare pereche (x, y) de numere distincte din șirul de intrare, calculăm $d = \text{cmmdc}(x, y)$ și îl ștergem din șir. Ștergerea se poate face folosind un vector caracteristic.

O astfel de soluție are complexitate $O(N^2 \log(V))$ (unde V este valoarea maximă din șirul de intrare) și ar trebui să obțină minimum 50 de puncte.

Soluție 100p

O altă modalitate de a optimiza algoritmul menționat anterior este că, pentru a ne decide dacă un număr trebuie eliminat sau nu, este de ajuns să calculăm cel mai mare divizor comun al multiplilor săi din șir.

În acest caz, putem menține șirul într-un vector caracteristic și să verificăm fiecare număr folosind un algoritm foarte asemănător ciurului lui Eratostene.



Această soluție, deși la prima vedere are complexitate $O(N + V \log^2(V))$, se poate demonstra că complexitatea este de fapt $O(N + V \log(V))$. Demonstrația este lăsată ca exercițiu. O astfel de soluție ar trebui să obțină punctajul maxim.

Soluție alternativă

Se poate demonstra că, în loc să considerăm toți multiplii unui număr x , putem considera doar perechile de multipli în care **unul dintre cele două este cel mai mic multiplu al lui x din șir**.

În acest caz, complexitatea soluției este tot $O(N + V \log(V))$, din aceleași considerente ca și soluția precedentă.